

7. Береславский Э. Н., Александрова Л. А. *Моделирование контура обтекания постоянной скорости основания гидротехнического сооружения при наличии водопора сложной конфигурации* // Вестник гражданских инженеров. – 2010. – № 2 (23). – С. 189-193.

**И. В. Анисимова, Р. Р. Гиниятуллина, В. Н. Игнатьев**  
*НИУ КГТУ-КАИ, ginka@bk.ru*

## **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА В ГАЗОВОЙ СРЕДЕ**

В работе предлагаются эффективные численные методы вычисления значений коэффициентов переноса в газовой среде, основанные на компьютерных методах вычисления квадратур с быстроосциллирующими подинтегральными функциями и использовании двумерных сплайн-функций для вычисления значений двукратных несобственных интегралов.

Следует отметить, что в механике сплошной среды используются полуэмпирические уравнения, к которым относятся, например, уравнения Навье – Стокса, теплообмена и т. д. Коэффициенты переноса в них определяют, как правило, экспериментально. Авторы предлагают вычислительные технологии определения коэффициентов переноса, основанные на кинетическом уравнении Больцмана [1], [2]. Это позволяет обоснованно использовать аппарат определения коэффициентов переноса. Создан комплекс программ, основанных на численных методах их вычисления.

Так, в теории кинетических уравнений Больцмана при вычислении значений коэффициентов переноса используется понятие приведенного  $\Omega$ -интеграла столкновения, который имеет вид [1]

$$\Omega = 2\pi \int_0^\infty (1 - \cos \chi) b^* db^*, \quad (1)$$

где

$$\chi(b^*, g^*) = \pi - 2b^* \int_{r_0}^\infty \frac{\frac{dr^*}{r^{*2}}}{\sqrt{1 - \frac{\varphi_{eff}^*}{g^{*2}}}} \quad (2)$$

— угол рассеивания молекул, взаимодействующих в газовой или жидкой средах.

Эти интегралы являются несобственными и зависящими от параметров, и для вычисления их значений необходимо использовать различные квадратурные формулы [3], [4], например, сплайн-интерполяцию, метод Филона.

Следует заметить, что применяемые приближенные методы вычисления несобственных интегралов такого типа требуют от интегрального слагаемого в (2) непрерывной зависимости от параметра  $b^*$ .

Авторами показано, что функция  $\chi(b^*, g^*)$  угла рассеивания является непрерывной и интегрируемой относительно параметра  $b^*$  [5]. Это утверждение позволяет применять различные численные алгоритмы для определения значений угла рассеивания (2) взаимодействующих молекул.

При определенных значениях  $b^*$  две сталкивающиеся молекулы образуют замкнутую орбиту, которая не является устойчивой, а подинтегральная функция в (1) становится быстроосциллирующей, что затрудняет численное интегрирование выражения (1).

Для вычисления несобственного интеграла (1) были использованы различные численные методы: Гаусса – Лежандра, Гаусса – Крондора, Гаусса – Чебышева, Филона. Проанализирована эффективность этих методов при численном интегрировании квадратуры (1).

Поскольку в выражении для приведенного  $\Omega$ -интеграла столкновения подинтегральная функция зависит от двух параметров  $b^*$  и  $g^*$ , которые определяются численно, то для его вычисления используется двумерная сплайн-интерполяция [6]. На основе рассмотренных численных методов создан пакет прикладных программ, который использует алгоритм ППП Mathematica 7.0.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ферцигер Дж., Капер Г. *Математическая теория процессов переноса в газах*. – М.: Мир, 1976.
2. Гиршфельд Дж., Картисс Ч., Берд Р. *Молекулярная теория газов и жидкостей / Пер. с англ.* – М.: Иностранная литература, 1961.
3. Бахвалов Н., Жидков Н., Кобельков Г. *Численные методы*. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.
4. Калиткин Н. *Численные методы*. – М.: Наука, 1978.
5. Анисимова И. В., Гиниятуллина Р. Р. *О непрерывности несобственного интеграла от параметра при вычислении угла рассеивания в кинетической теории газов // Вестн. КГТУ им. А. Н. Туполева*. — 2010. — № 3. — С. 61-64.
6. Марчук Г. И. *Методы вычислительной математики*. – М.: Наука, 1977.